حل نموذج البرمجة الخطية متعددة الأهداف باستخدام الثنائية (النموذج المقابل)

م.م. زهراء قاسم هاشم
الجامعة التقنية الوسطى /
الكلية التقنية الإدارية / بغداد
zahraaqasem@mtu.edu.iq

ISSN 2709-6475 DOI: https://dx.doi.org/10.37940/BEJAR.2021.S.5

تأريخ استلام البحث 2021/5/16 **تأريخ قبول النشر 2021/7/26**

المستخلص

يتم من خلال البحث استخدام نموذج البرمجة الخطية المتعدد الأهداف واتباع طريقة جديدة لتعظيم أرباح الشركة العامة لصناعات النسيج والجلود / مصنع القطنية، إذ تم استخدام أسلوب جديد لتوحيد نوع الأهداف المتضاربة للنموذج، ويتم ذلك من خلال استخدام النموذج المقابل وايجاد الحل الأمثل لكل دالة هدف تحت القيود نفسها، ومن ثم استخراج متوسط الحل الأمثل لدوال الهدف المتعددة وبناء نموذج خطي بهدف واحد يحقق تعظيم الأرباح للمصنع، إذ يتكون المصنع من عدة معامل وتم دراسة منتجات المعامل وبناء النموذج وفق ذلك، كما تم استخدام برنامج (LINGO14.0)، إذ تم صياغة البرنامج من قبل الباحث للتوصل للنتائج.

الكلمات المفتاحية: نموذج خطي متعدد الأهداف، النموذج المقابل، متوسط الحل الأمثل.

مجلة اقتصاديات الأعمال
العدد (خاص – ج1) أيلول / 2021
الصفحات: 79-87

Solve the multi-objective linear programming model using Duality the (Dual Model)

Abstract

In this research, we used the multi-objective linear programming model and a new method is followed to maximize the profits of the General Company for Textile and Leather Industries / Cotton Factory, where a new method was used to unify the type of conflicting objective function of the model and this is done through the use of the Dual Model and finding the best solution for each objective function under the same constrain and from Then finding the average optimal solution for the multi - objective functions and building a linear model with one objective function that achieves maximizing profits for the factory where the factory consists of several laboratories and the products of the laboratories were studied and the model was built accordingly, as the LINGO14.0 program was used, where the program was formulated by the researcher to reach the results.

Key words: Multi-objective linear model, the Dual Model, average optimal solution.

1. المقدمة:

يعد اتخاذ القرار في ضوء معايير متعددة هو ترجمة للحالات التي يكون لدينا فيها أكثر من هدف، إذ تتعارض هذه الأهداف مع بعضها وينبغي أن نتوصل بطريقة ما إلى قرار يأخذها جميعاً في نظر الاعتبار، فالبرمجة متعددة الأهداف هو تعبير آخر لما سبق، إذ عمل التوسع الكبير للمشاريع وتعدد البدائل لمتخذ القرار إلى استخدام هذه النماذج والعمل على تطويرها لمواكبة التطورات الحاصلة.

تعمل مشاكل البرمجة الخطية متعددة الاهداف على تحويل الواقع العملي وصياغته بشكل نموذج رياضي يسهم في ايجاد حل مناسب واتخاذ القرار، وهناك عدة طرق لحل نموذج البرمجة المتعددة الأهداف منها طريقة (The Goal Programming Method)، إذ قدم (Charnes & Cooper,1977) نموذج البرمجة الهدفية في مشكلة البرمجة متعددة الأهداف يعمل هذا النموذج على تقليل انحرافات دوال الهدف عن بعض الأهداف السابقة الخاصة، بينما طريقة القيد (The Constraint Method) هو تفضيل هدف معين مع تحويل الأهداف الأخرى إلى قيود. وتعمل طريقة المجموع (المرجح) (The Weighted Sum Method)على تحجيم مجموعة من دوال الهدف في دالة هدف واحدة، أي إن جميع الأهداف لها مستوى الأهمية نفسه.

ويتصف نموذج البرمجة الخطية متعدد الأهداف ببعض الخصائص التي تجعله شاملاً، إذ يسعى إلى تحقيق أهداف متعددة سواء كانت متناسقة أو متعارضة وتعطي متخذ القرار حلاً مقبولاً، كما توفر لمتخذ القرار إعطاء الأولوية للموارد النادرة، وذلك يساعد على التخطيط والاستعمال لأمثل لعوامل الإنتاج.

2. هدف البحث:

يهدف البحث إلى استخدام طريقة جديدة لحل نموذج البرمجة متعددة الأهداف، إذ تم توحيد الأهداف المتعددة إلى نوع واحد من الأهداف، وهو التعظيم باستخدام النموذج المقابل لكل هدف في النموذج المستخدم، ومن ثم ايجاد الحل الأمثل لكل هدف من الأهداف تحت قيود النموذج نفسها لكل هدف واستخدام متوسط الحلول المثلى للأهداف للوصول إلى هدف واحد يمثل الأهداف الأخرى في النموذج تحت القيود نفسها، كما تم استخدام برنامج (LINGO14.0) لحل النموذج وتم تطبيقه في الشركة العامة لصناعات النسيج والجلود / مصنع القطنية.

3. الجانب النظري:

نتيجة لقصور نماذج البرمجة الخطية، إذ تعاملها بدالة هدف وحيدة تم الاهتمام بنماذج متعددة الأهداف لمعالجة المشاكل التي تواجه متخذ القرار، إذ ظهرت نماذج متعددة الأهداف في الكثير من المجالات منها الصناعية، عمليات الإنتاج، تخطيط الإنتاج، مراقبة الجودة، الموارد المائية وغيرها من المجالات (ريغي خيرة، 2018: 37).

اقترح (Chandra Sen) نهجاً وهو (Sen's MOO Technique) لبناء نموذج لدالة متعددة الأهداف، إذ قد تكون دوال الهدف ذات أبعاد مختلفة. فتتم صياغة دالة متعددة أهداف من خلال ترجيح كل دالة هدف عن طريق معكوس حلها بشكل فردي (Sen.C.,2018:10).

كما حل (Sulaiman N.A.,Gulnar,2006) مشكلة البرمجة متعددة الأهداف بواسطة الطريقة المعدلة أو (Mean & Median Techniques)، إذ درسوا البرمجة متعددة الأهداف من

خلال حل مشكلة البرمجة متعددة الأهداف، باستخدام القيمة المتوسطة أو الوسيط؛ وقد قارنوا النتائج بين نهج (Chandra Sen).

كما طور (Abdul Kadir Sulaiman,2008:158) طريقة استخدام تقنية جديدة لتحويل نموذج البرمجة الخطية لمتعددة الأهداف إلى نموذج برمجة الخطية لهدف واحد باستعمال المعدل المناسب The Optimal Average (OAV).

من الطرق أعلاه تم استنتاج طريقة لحل نموذج البرمجة متعددة الأهداف، وذلك من خلال تحجيم دالة الهدف بواسطة الثنائية (Duality) واستخراج الحل الأمثل بواسطة المعدل المناسب (O_{AV}).

1-3 النموذج الرياضي Mathematical Model:

للسعي لاتخاذ القرار الأمثل لتحقيق جملة من الأهداف التي تواجه متخذ القرار، ينبغي صياغة هذه الأهداف بطريقة تعمل على ايجاد نتائج فعالة، وتكون الصيغة العامة للبرمجة الخطية متعددة الأهداف كالآتي: (Sen,C.,2019:109)

Optimize $Z= (\text{Max } Z_1, \text{Max } Z_2 \ldots \text{Max } Z_r, \text{Min } Z_{r+1} \ldots \text{Min } Z_s)$

Subject to:

$AX = b$

$X \geq 0$

إذ أن:

r = هو عدد دوال الهدف التي سيتم تعظيمها.

s = عدد دوال الهدف التي سيتم تصغيرها وتعظيمها.

X = هو متجه متغيرات القرار.

B = هو متجه الجانب الأيمن (الثوابت).

(s-r) = هو عدد دوال الهدف التي سيتم تصغيرها، A = هي مصفوفة (mxn) من المعاملات.

2-3 النموذج المقابل (المكافئ) The Dual Model:

في بعض الأحيان يكون من الضروري تحويل نموذج البرمجة الخطية إلى الشكل القياسي وتحويل دوال الهدف أو القيود ليتماشى مع الحل وللحصول على الحل الأمثل للمشكلة، إذ أن بالإمكان تحويل دالة الهدف لأي نموذج برمجة خطية من نوع Max إلى نوع Min والعكس بالعكس، إذ يكون التحويل بضرب الدالة بـ(-1) أي إذا كانت الدالة من نوع Max(z) فإن تحويلها إلى الدالة المقابلة أو المكافئة لها سيكون بصيغة Min(-z) وإن أي حل للدالة من النوع Max سيكون بالمقابل هو حل للدالة المكافئة لها وهي Min.

والطريقة نفسها تستخدم للقيود، إذ يمكن تحويلها حسب متطلبات النموذج وحسب طبيعة القيد، حيث إذا كان القيد من نوع أكبر أو يساوي (≤) يمكن تحويله إلى النوع الآخر وهو أصغر أو يساوي (≥) وذلك بضربه بـ(-1) (H.A.Taha,2007).

3-3 خطوات حل نموذج متعدد الأهداف:

1. حدد أهداف المشكلة وقم بصياغة النموذج حسب الأهداف.
2. تحويل نوع الأهداف (أي توحيدها) إما Minimization أو Maximization (Sen,C.,2019:109).
3. تعديل وتحويل القيود حسب نوع الدالة التي تم تحويلها في النقطة 2.
4. حل كل دالة هدف على حدة وتحت القيود نفسها للحصول على الحل الأمثل لكل دالة في النموذج المتعدد.
5. تحديد قيمة دالة الهدف المثلى من الحل الأمثل لدوال الهدف من نوع Max، إذ يرمز لها بالرمز m1 (Abdul Kadir Sulaiman,2008:158).
6. تحديد قيمة دالة الهدف المثلى من الحل الأمثل لدوال الهدف من نوع Min، إذ يرمز لها بالرمز m2 (Abdul Kadir Sulaiman,2008:158).
7. ايجاد متوسط الحل الأمثل The Optimal Average (OAV)، إذ أن:

$$O_{AV}= \frac{m1+m2}{2}$$

8. قم بصياغة النموذج الخطي الجديد (النموذج الرياضي المقابل Dual Mathematical Model) وبدالة هدف من نوع Max أو من نوع Min تحت القيود نفسها، إذ سيكون النموذج كالآتي: (Sen.C.,2019:109)

$$\text{Maximization } Z = \frac{\sum_{j=1}^{s} Zj}{OAV} \quad \text{or} \quad \text{Minimization } Z = \frac{\sum_{j=1}^{s} Zj}{OAV}$$

Subject to:

$$AX = b \ , \ X \geq 0$$

4. الجانب التطبيقي:

مصنع القطنية هو أحد مصانع الشركة العامة لصناعات النسيج والجلود، ويتألف المصنع من عدة معامل وهي معمل (نسيج بغداد، الضماد الطبي، معمل الاكياس البلاستيكية)، إذ أن المعمل الأخير هو أحدث معامل المصنع، إذ ينتج فيه نوعين من الأكياس البلاستيكية وهي (أكياس بلاستيكية قياسية، أكياس بلاستيكية قياسية مبطنة)، كما ينتج مصنع الضماد الطبي عدة منتجات أهمها (قطن طبي، لفافات شاش وباندج بقياسات مختلفة، كمامات)، أما مصنع نسيج بغداد فينتج (أقمشة قطنية بأنواعها).

4-1 بناء النموذج الخطي متعدد الأهداف:

سيتم بناء النموذج بأربعة أهداف رئيسية وهي تعظيم الأرباح للمصنع وتحقيق الطلب السنوي (المتوقع) وتقليل الكلفة الكلية للإنتاج وتقليل ساعات العمل بناءً للظروف الراهنة، وفيما يأتي الجدول (1) الذي يبين أرباح المنتجات للمصانع الثلاث وكلفة إنتاج الوحدة الواحد، كما يوضح أيضاً الوقت المستغرق لإنتاج المنتج الواحد من المنتجات المذكورة.

الجدول (1) الربح وكلف الإنتاج والوقت لإنتاج الوحدة الواحدة من المنتجات

المصنع	المنتجات	رمز المتغير	ربح الوحدة الواحدة (دينار)	كلفة الوحدة الواحدة (دينار)	وقت إنتاج الوحدة الواحدة بالساعة
مصنع نسيج بغداد	أقمشة قطنية	X_1	86	1312	0.043
مصنع الضماد الطبي	قطن طبي	X_2	721	6779	0.0065
	لفافات وشاش	X_3	844.5	6155.5	0.12
	كمامات	X_4	107	134	0.19
مصنع الأكياس البلاستيكية	أكياس بلاستيكية قياسية	X_5	20	191	0.245
	أكياس بلاستيكية قياسية مبطنة	X_6	82	587	0.245

المصدر: الجدول من إعداد الباحثة حسب سجلات التخطيط وحسابات الكلفة والمصانع.

كما ستكون القيود هي عبارة عن قيود المواد الأولية، إذ يواجه المصنع تحدياً في توفير المواد الأولية اللازمة لإنتاج المنتجات وتلبية الطلب يوضح الجدول (2) الطاقة التصميمية والمتاحة لكل منتج حسب بيانات المصنع ويوضح الجدول (3) المواد الأولية الداخلة في صناعة المنتجات وكمية المواد المتاحة من المواد الأولية في المصانع.

الجدول (2) الطاقة التصميمية والمتاحة لكل منتج

المصنع	المنتجات	رمز المتغير	وحدة القياس	الطاقة التصميمية	الطاقة المتاحة
مصنع نسيج بغداد	أقمشة قطنية	X_1	ألف م2	67120	34270
مصنع الضماد الطبي	قطن طبي	X_2	طن	449	331
	لفافات وشاش	X_3	ألف م2	25000	19000
	كمامات	X_4	ألف قطعة	15495	15495
مصنع الأكياس البلاستيكية	أكياس بلاستيكية قياسية	X_5	ألف كيس	12000	10000
	أكياس بلاستيكية قياسية مبطنة	X_6	ألف كيس	12000	10000

المصدر: الجدول من إعداد الباحثة حسب سجلات التخطيط وحسابات الكلفة والمصانع.

الجدول (3) المواد الأولية الداخلة في الإنتاج والكمية المتاحة من المواد الأولية

المصنع	المنتجات	وحدة القياس	المواد الأولية	الكمية لكل منتج
مصنع نسيج بغداد	أقمشة قطنية	متر	قطن	
مصنع الضماد الطبي	قطن طبي	متر	قطن شعر	
	شاش ولفاف	متر	شاش خام منسوج قماش خام	
	كمامات	قطعة	قماش mss	
مصنع الأكياس البلاستيكية	أكياس بلاستيكية قياسية	قطعة	حبيبات بروبلينp.p	0.95
			حبيبات لون	0.02
			حبيبات kc	0.03
	أكياس بلاستيكية قياسية مبطنة	قطعة	بولي اثيلين PE	0.2
			حبيبات بروبلينp.p	0.75
			حبيبات لون	0.02
			حبيبات kc	0.03

المصدر: الجدول من إعداد الباحثة حسب سجلات التخطيط وحسابات الكلفة والمصانع.

من البيانات أعلاه سيكون النموذج الرياضي كالآتي:

$$\text{Max } Z_1 = 86X_1 + 721X_2 + 844.5X_3 + 107X_4 + 20X_5 + 82X_6$$

$$\text{Max } Z_2 = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6$$

$$\text{Min } Z_3 = 1312X_1 + 6779X_2 + 6115.5X_3 + 134X_4 + 191X_5 + 587X_6$$

$$\text{Min}Z_4 = 0.043X_1 + 0.0065X_2 + 0.12X_3 + 0.19X_4 + 0.245X_5 + 0.245X_6$$

Subject to:

$$63.13X_1 \leq 2163500$$

$$50X_2 \leq 16550$$

$$50X_3 \leq 950000$$

$$X_4 \leq 1549.5$$

$$0.95X_5 + 0.75X_6 \leq 20587.5$$

$$0.02X_5 + 0.02X_6 \leq 505$$

$$0.03X_5 + 0.03X_6 \leq 757.5$$

$$0.02X_6 \leq 3400$$

تمثل القيود المواد الأولية المتاحة ونسبة المادة التي يحتاجها كل منتج من المنتوجات بعد بناء النموذج يتم حل المشكلة باستخدام برنامج Lingo14.0، إذ ستكون النتائج كالآتي:

إذ بلغت دالة تعظيم الأرباح (21467720) ألف دينار مقارنة بالأرباح للشركة والبالغة (19043881) ألف دينار بينما بلغت دالة تقليل التكاليف (175572919) ألف دينار مقارنة بتكاليف الصنع للشركة والتي تبلغ (178430700) ألف دينار وبلغ الوقت الكلي لدالة تقليل الوقت (10) ساعات يومياً، إذ كانت متوسط العمل 12 ساعة يومياً كما بلغت كمية إنتاج المنتجات المثلى كالآتي:

الجدول (4) يوضح قيم المتغيرات

المنتجات	وحدة القياس	رمز المتغير	قيم الإنتاج الأمثل
أقمشة قطنية	متر	X_1	34270550
قطن طبي	متر	X_2	331000
لفافات وشاش	متر	X_3	19000000
كمامات	قطعة	X_4	1549500
أكياس بلاستيكية قياسية مبطنة	قطعة	X_6	25250000

المصدر: الجدول من إعداد الباحثة.

وعند استخدام طريقة توحيد الأهداف وإتباع الخطوات المذكورة تم تحديد المعدل الأمثل، إذ بلغت قيمته (45318.745) وبعد بناء النموذج وحله باستخدام برنامج الـ(Lingo14.0) بلغت الأرباح الكلية للشركة تحت القيود نفسها للمواد الأولية (44129421) ألف دينار مع قيم كميات الإنتاج نفسها الموضحة في الجدول (4).

5. الاستنتاجات والتوصيات:

1. إن استخدام هذه الطريقة تعطي نتائج أفضل.
2. ساعد بناء النموذج على تعظيم الأرباح للمصنع من خلال استخدام أفضل الموارد والمواد الأولية المتاحة.
3. عمل النموذج على تقليل الكلف الكلية مقارنة بالكلف للمصنع.
4. إن استخدام نموذج متعدد الأهداف وتحويله إلى نموذج مقابل لتوحيد الأهداف هو من أفضل الطرق لاختيارالقرار المناسب للإنتاج وتحسين الأرباح وتقليل الكلف.
5. عمل النموذج على تقليل الوقت الكلي للإنتاج من خلال توزيع العمل خلال السنة حسب الطلب والإنتاج.

المصادر:

1. ريغي خيرة، (2018)، "البرمجة المتعددة الأهداف ودورها في اتخاذ القرارات داخل المؤسسة: دراسة ميدانية على مستوى مطاحن أولاد معلة"، مجلة دفاتر بوادكس، جامعة الجزائر3- الجزائر.

ثانياً: المصادر الأجنبية

2. H. A. Taha, (2007), Operation Research: An introduction, Pearson Education, Inc.,8th ed.,
3. Gunantara, Nyoman, (2018), A review of multi-objective optimization: Methods and its applications, Cogent Engineering, 5:1, 1502242.
4. Najmaddin A. Sulaiman, Gulnar W. Sadiq, (2006), Solving the Multi Objective Programming Problem Using Mean and Median Value. Raf. J. of Comp. & Math's, 3, 1.
5. Najmaddin A. Sulaiman & Abdul-Qader O. Hamadameen, (2008), Optimal Transformation Technique to Solve Multi-Objective Linear Programming Problem (MOLPP). Journal of Kirkuk University Scientific Studies, 3, 158-168.
6. Maina Kumaria, O.P. Singha and Dinesh Chand Meena, (2017), Optimizing Cropping Pattern in Eastern Uttar Pradesh Using Sen's Multi Objective Programming Approach. Agricultural Economics Research Review, 30, 2, 285-291.

7. Sen, C., (2018), Multi Objective Optimization Techniques: Misconceptions and Clarifications. International Journal of Scientific and Innovative Mathematical Research, 6, 29-33. DOI: http://dx.doi.org/10.20431/2347-3142.0606004
8. Sen, C., (2018), Sen's Multi-Objective Programming Method and Its Comparison with Other Techniques. American Journal of Operational Research, 8, 10-13.
9. Sen, C., (2019), Duality in Solving Multi-Objective Optimization (MOO) Problems. American Journal of Operational Research, 9, 109-113.